Get Printed Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamportal.com/notes C. S. (Main) Exam: 2011

Sl. No.

C-DTN-L-QZA

PHYSICS

Paper—I

Time Allowed: Three Hours

Maximum Marks: 300

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

Candidates should attempt Question Nos. 1 and 5 which are compulsory, and any **three** of the remaining questions selecting at least **one** question from each Section.

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Symbols/notations carry their usual meanings, unless otherwise indicated.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।



Section—A

- 1. Answer all the six parts below: $10\times6=60$
 - (a) With an appropriate diagram, show that in the Rutherford scattering, the orbit of the particle is a hyperbola. Obtain an expression for impact parameter.
 - (b) Imagine that a rigid body is rotating about a fixed point with angular velocity ω. Assuming that the coordinate axes coincide with the principal axes, if T stands for kinetic energy and G for external torque acting on the body, show that

$$\frac{dT}{dt} = \vec{G} \cdot \vec{\omega}$$

- (c) A spaceship measures 50 m in length on ground and it measured a length of 49.7 m in space as observed from the ground. Find out the speed of the spaceship.
- (d) Write down the one-dimensional harmonic oscillator differential equation under damping and its solution for the lightly damped condition, with the meanings of symbols.

Determine the dependent energy in the lightly damped condition.

C-DTN-L-QZA/25



खण्ड—क

1. निम्नलिखित सभी छः भागों के उत्तर दीजिए :

10×6=60

- (क) एक समुचित आरेख द्वारा यह दर्शाइए कि रदरफर्ड प्रकीर्णन में कण की कक्षा एक अतिपरबलय होती है। संघट गुणक के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए।
- (ख) कल्पना कीजिए कि एक दृढ़ पिंड एक स्थिर बिन्दु के सापेक्ष कोणीय वेग ळ से घूर्णन करता है। यह मानते हुए कि निर्देशक अक्ष मुख्य अक्षों के सपाती हैं, यदि T गतिज ऊर्जा को व्यक्त करता है तथा G पिंड पर लग रहा बाह्य बलाघूर्ण है, दर्शाइए कि

$$\frac{dT}{dt} = \vec{G} \cdot \vec{\omega}$$

- (ग) एक अंतरिक्ष यान भूमि पर 50 m लंबाई मापता है तथा अंतरिक्ष में भूमि से प्रेक्षित इसकी लंबाई 49:7 m होती .S है। अंतरिक्ष यान की चाल ज्ञात कीजिए।
- (घ) अवमंदन में एकल-विमीय सरल आवर्ती दोलक का अवकल समीकरण लिखिए तथा न्यून अवमंदन स्थिति के लिए इसका हल संकेताक्षरों को स्पष्ट करते हुए प्राप्त कीजिए।

न्यून अवमंदित स्थिति में निर्भर ऊर्जा ज्ञात कीजिए।



(e) The Fraunhofer single-slit diffraction intensity is given by

$$I = I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2} \qquad ...$$

where $x = \frac{\pi dy}{\lambda l}$ with l as the distance from slit to source, d the slit width, y the detector distance and λ the wavelength. What is the value of cumulative intensity $\int_{-\infty}^{\infty} I(y) dy$?

(f) A plane wave has the following expression for its electric field:

$$\vec{E} = \hat{x}E_{0x}\cos(\omega t - kz + \alpha) + \hat{y}E_{0y}\cos(\omega t - kz + \beta)$$

If the phase difference is defined as $\delta = \beta - \alpha$, under what conditions do we achieve elliptic polarization? What are the conditions for circular polarization?

- 2. (a) Determine the number of degrees of freedom for a rigid body—
 - (i) moving freely in space of three dimensions;
 - (ii) having one point fixed;
 - (iii) having two points fixed.

(b) Prove that the time taken by the earth to travel over half of its orbit separated by the minor axis remote from the sun is two days more than half a year. Given, the period of the earth is 365 days and eccentricity of the orbit = 1/60.

C-DTN-L-OZA/25

30

(ङ) फ्राउनहोफर एकल-झिरी विवर्तन तीव्रता दी गई है:

$$I = I_0 \frac{\sin^2 x}{x^2}$$

जहाँ $x = \frac{\pi \, dy}{\lambda l}$ तथा l स्रोत से झिरी की दूरी, d झिरी की चौड़ाई, y डिटेक्टर की दूरी तथा λ तरंग्दैर्घ्य। संचयी तीव्रता $\int_{-\infty}^{\infty} I(y) \, dy$ का मान क्या है?

- (च) एक समतल तरंग का विद्युत् क्षेत्र के लिए व्यंजक है $\vec{E} = \hat{x} E_{0x} \cos(\omega t kz + \alpha) + \hat{y} E_{0y} \cos(\omega t kz + \beta)$ यदि कलान्तरं परिभाषित होता है $\delta = \beta \alpha$ से, तो हम किन परिस्थितियों में दीर्घवृत्तीय ध्रुवण प्राप्त करेंगे? वृत्तीय ध्रुवण के लिए क्या परिस्थितियाँ हैं?
- 2. (क) एक दृढ़ पिंड के लिए स्वतंत्रता की कोटि ज्ञात कीजिए, जब वह—
 - (i) त्रिविमीय अवकाश में मुक्त गति कर रहा है;
 - (ii) एक बिन्दु पर बद्ध हो;
 - (iii) दो बिन्दुओं से बद्ध हो।

30

(ख) सिद्ध कीजिए कि जब पृथ्वी की लघु अक्ष सूर्य से सुदूर हो, तब उसको अपनी आधी कक्षा तक गति करने में आधे वर्ष से दो दिन अधिक समय लगेगा। यह दिया है कि पृथ्वी की काल-अवधि 365 दिन है तथा कक्षा की उत्केन्द्रता 1/60 है।



(c) With an appropriate diagram, deduce the velocity profile for streamline flow of a liquid through a capillary of circular cross-section. Deduce also the fraction of liquid which flows through the section up to a distance a/2 from the axis, where a is the radius of the capillary.

20

3. (a) Explain the physical significance of group velocity from the concept of phase velocity with relevant expressions.

15

(b) Prove that the group velocity V_g of electromagnetic waves in a dispersive medium with refractive index $n(\lambda_0)$ at wavelength λ_0 is given by

$$V_g = \frac{c}{n(\lambda_0) - \lambda_0 \frac{dn(\lambda_0)}{d\lambda_0}}$$

•

where c is the free space velocity of light. Find the time taken for the electromagnetic pulse to travel a distance D.

20

(c) When a thin film of a transparent material is put behind one of the slits in Young's double-slit interference experiment, the zero-order fringe moves to the position previously occupied by the fourth-order bright fringe. The index of refraction of the film is $n = 1 \cdot 2$ and the wavelength of light, $\lambda = 5000$ Å. Determine the thickness of the film.

- (ग) एक समुचित रेखाचित्र की सहायता से एक वृत्तीय परिच्छेद की केशिका में किसी द्रव के धारारेखा प्रवाह के वेग प्रोफाइल का निगमन कीजिए। द्रव का वह अंश, जो परिच्छेद में अक्ष से a/2 दूरी तक प्रवाहित होता है, का भी निगमन कीजिए, जहाँ a केशिका का अर्धव्यास है। 20
- 3. (क) संबंधित व्यंजकों की सहायता से कला वेग की संकल्पना से समूह वेग के भौतिक महत्त्व को स्पष्ट कीजिए। 15
 - (ख) सिद्ध कीजिए कि विद्युत्-चुम्बकीय तरंगों का समूह वेग V_g , किसी परिक्षेपी माध्यम में जिसका λ_0 तरंगदैर्घ्य पर अपवर्तनांक $n(\lambda_0)$ है, निम्नलिखित द्वारा व्यक्त होता है :

$$V_g = \frac{c}{n(\lambda_0) - \lambda_0 \frac{dn(\lambda_0)}{d\lambda_0}}$$

जहाँ c मुक्त अवकाश में प्रकाश का वेग है। एक विद्युत्-चुम्बकीय स्पंद को D दूरी तय करने में कितना समय लगेगा?

(ग) जब यंग के द्विक झिरी व्यतिकरण प्रयोग में एक झिरी के पीछे किसी पतली पारदर्शी फिल्म को रखा जाता है, तब शून्य कोटि की फ़िन्ज उस स्थान पर पहुँच जाती है जहाँ पहिले चतुर्थ कोटि की चमकीली फ़िन्ज थी। फिल्म का अपवर्तनांक n=1.2 तथा प्रकाश का तरंगदैर्घ्य $\lambda = 5000 \text{ Å है। फिल्म की मोटाई ज्ञात कीजिए।} 10$

7



- (d) In relation to a plane diffraction grating having 5000 lines per cm and irradiated by light of wavelength 6000 Å, answer the following:
 - (i) What is the highest order spectrum which may be observed?
 - (ii) If the width of opaque space is exactly twice that of the transparent space, which order of spectra will be absent?
- 4. (a) For calcite, the refractive indices of ordinary and extraordinary rays are 1.65836 and 1.48641 at $\lambda_0 = 5893$ Å respectively. A left circularly polarized beam of this wavelength is incident normally on such crystal of thickness 0.005141 mm having its optic axis cut parallel to the surface. What will be the state of polarization of the emergent beam?
 - (b) Bring out the essential differences between the physical principles of spontaneous and stimulated emission of radiation. Why is it difficult to get efficient lasing action in case of an ideal two-level material system? Can you propose a scheme to enhance efficiency? Discuss.

15

15

15



C-DTN-L-QZA/25



- (घ) किसी समतल विवर्तनी ग्रेटिंग के संदर्भ में, जिसेमें 5000 े रेखाएँ प्रति सेंटीमीटर हों और जिसे 6000 Å तरगदैर्घ्य के प्रकाश से किरणित किया गया है, निम्नलिखित के उत्तर दीजिए:
- 15
- (i) कौन-सा उच्चतम कोटि का स्पेक्ट्रम देखा जा सकता है?
- (ii) यदि अपारदर्शी अवकाश की चौड़ाई पारदर्शी अवकाश की ठीक दोगुनी हो, तो किस कोटि का स्पेक्ट्रम उपस्थित नहीं होगा?
- 4. (क) कैल्साइट का $\lambda_0 = 5893 \text{ Å}$ पर सामान्य एवं विशेष किरणों का अपूर्वर्तनांक क्रमशः 1.65836 1.48641 है। 0.005141 mm मोटाई के ऐसे क्रिस्टल पर, जिसका प्रकाशी अक्ष पृष्ठ के समान्तर काटा गया हो, एक वाम वृत्त ध्रुवित किरणपुंज अभिलंबवत् आपतित होता है। निर्गत किरणपुंज की ध्रुवण अवस्था क्या होगी?
 - (ख) विकिरण के स्वतः उत्सर्जन एवं उद्दीपित उत्सर्जन के भौतिक सिद्धान्तों के मध्य आवश्यक भेदों का उल्लेख कीजिए। एक आदर्श द्विस्तरीय पदार्थ तंत्र में दक्ष लेसन क्रिया प्राप्त करना क्यों कठिन होता है? क्या आप दक्षता में सुधार का कोई प्रस्ताव दे सकते हैं? व्याख्या कीजिए। 15

analysis that the ratio of Einstein's A and B coefficients depends upon the energy separation between the two energy levels participating in the optical transitions. What is the physical significance of A coefficient? Justify the statement, "It is very difficult to develop an X-ray laser".

Section—B

- **5.** Answer all the six parts below: $10 \times 6 = 60$
 - (a) Find whether the discharge of a condenser through the inductive circuit is oscillatory when $C=0.1\,\mu\text{F}$, $L=10\,\text{mH}$ and $R=200\,\Omega$. If it is oscillatory, calculate its frequency.
 - .(b) The four arms of a Wheatstone bridge have the following resistances:

 $AB = 100 \ \Omega$, $BC = 10 \ \Omega$, $CD = 5 \ \Omega$, $DA = 60 \ \Omega$

A galvanometer of 15Ω resistance is connected across BD. Calculate the current through the galvanometer when a potential difference of 10 volts is maintained across AC.

Τ-

- Andrew Company of the Company of t

(ग) समुचित गणितीय विश्लेषण की सहायता से यह दर्शाइए कि आइस्टीन के A तथा B गुणांक का अनुपात प्रकाशिक संक्रमण में भाग ले. रहे दो ऊर्जा स्तरों के मध्य ऊर्जा विलगन पर निर्भर करता है। गुणांक A का भौतिक महत्त्व क्या है? इस कथन के औचित्य को स्पष्ट कीजिए कि ''एक एक्स-किरण लेसर को विकसित करना बहुत कठिन है''।

खण्ड—खे

- 5. निम्नलिखित सभी छः भागों के उत्तर दीजिए: 10×6=60
 - (क) यह बताइए कि क्या एक प्रेरणी परिपथ में संधारित्र का आवेश-विसर्जन दोलनी है जब $C=0\cdot 1\,\mu\text{F}$, L=10~mH तथा $R=200~\Omega$. यदि यह दोलनी है, तब उसकी आवृत्ति की गणना कीजिए।
 - (ख) एक ह्वीटस्टोन ब्रिज की चारों भुजाओं में निम्नलिखित प्रतिरोध हैं:

 $AB = 100 \ \Omega$, $BC = 10 \ \Omega$, $CD = 5 \ \Omega$, $DA = 60 \ \Omega$ एक गैल्वानोमीटर, जिसका प्रतिरोध $15 \ \Omega$ है, BD के मध्य जोड़ा गया है। जब AC के मध्य 10 वोल्ट का विभवान्तर रखा गया है, तब गैल्वानोमीटर में प्रवाहित धारा को ज्ञात कीजिए।



- (c) Write down the expressions for Bose-Einstein and Fermi-Dirac distribution functions, and show how Fermi-Dirac distribution leads to the explanation of Pauli's exclusion principle.
- (d) Find out the total electric potential energy of a single spherical object of uniform charge density ρ , total charge Q and radius R.
- (e) A long solenoid has 220 turns/cm; its diameter is 3.2 cm. Inside the solenoid at its centre, we place a 130-turn close-packed coil of diameter 2.1 cm along its axis. The current in the solenoid is increased from zero to 1.5 amperes at a steady rate over a period of 0.16 second. What is the magnitude of the induced e.m.f. that appears in the central coil when the current in the solenoid is being changed?
- (f) Consider Maxwell's equation in differential form in media. For $j = \rho = 0$, assume $\varepsilon = \varepsilon_0 e^{\alpha t}$ and $\mu = \mu_0 e^{\alpha t}$ and show that the relevant wave equation for a plane wave propagating along x-direction is

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} + \mu \alpha \frac{\partial D}{\partial t}$$

where $\vec{E} = E\hat{y}$ and $\vec{H} = H\hat{z}$.

- (ग) बोस-आइंस्टीन तथा फर्मी-डिरेक बंटन फलनों के व्यंजकों । को लिखिए तथा यह दिखाइए कि फर्मी-डिरेक बंटन कैसे पाउली के बहिगांमी सिद्धान्त का स्पष्टीकरण करता है।
- (घ) किसी एकल गोलीय वस्तु की सकल वैद्युत विभव ऊर्जा ज्ञात कीजिए, जिसकी एकसमान आवेश घनत्व ρ, सकल आवेश Q तथा अर्धव्यास R है।
- (ङ) एक लम्बी परिनालिका में 220 फेरा/cm हैं; इसका व्यास 3·2 cm है। परिनालिका के भीतर केन्द्र में 130 फेरा वाली बन्द संहत कुंडली, जिसका व्यास 2·1 cm है, उसकी अक्ष की दिशा में रखी गई है। परिनालिका में धारा 0·16 सेकंड में शून्य से 1·5 ऐम्पियर तक धीरे-धीरे वृद्धि की गई है। जब परिनालिका में धारा परिवर्तित हो रही थी, तब केन्द्रीय कुंडली में प्रेरित ई० एम० एफ० (e.m.f.) का परिमाण क्या है?
- (च) माध्यम में मैक्सवेल समीकरण के अवकलीय स्वरूप पर ध्यान दीजिए। $j=\rho=0$ के लिए मान लीजिए, $\epsilon=\dot{\epsilon}_0e^{\alpha t}$ तथा $\mu=\mu_0e^{\alpha t}$, तब दर्शाइए कि एक समतल तरंग की, जो x-दिशा में संचारित हो रही है, तत्सम्बन्धी तरंग समीकरण है

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 D}{\partial t^2} + \mu \alpha \frac{\partial D}{\partial t}$$

जहाँ $\vec{E} = E\hat{y}$ तथा $\vec{H} = H\hat{z}$ है।

Download FREE UPSC E-BOOKS

- **6.** (a) An electrical circuit consists of a resistance R, inductance Lcapacitance C in series. If a charge is put on the capacitor at some instant, determine the condition that V_C , the voltage across the capacitor, subsequently oscillatory. Derive expression for the quality factor O of the circuit by considering the decay of the oscillation, using the result that the amplitude falls by a factor of e in $(\frac{Q}{r})$ period.
 - (b) A resistor $R = 6.2 \text{ M}\Omega$ and a capacitor $C = 2.4 \,\mu\text{F}$ are connected in series and a 12 V battery of negligible internal resistance is connected across their combination.
 - (i) What is the capacitive time constant of this circuit?
 - (ii) At what time, after the battery is connected, does the potential difference across the capacitor become 5.6 V?

 5+5=10
 - (c) Determine the torque experienced by an electric dipole of moment \vec{p} if placed in an electric field \vec{E} in nonaligned state. Also show that the interaction energy of two dipoles of moments, \vec{p}_1 and \vec{p}_2 separated by a displacement \vec{r} is

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r^3} [\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3(\vec{p}_1 \cdot \hat{r})(\vec{p}_2 \cdot \hat{r})]$$

assuming the expression for field due to a dipole.

20

6. (क) एक वैद्युत परिपथ में एक प्रतिरोध R, प्रेरकत्व L तथा संधारित C श्रेणीक्रम में हैं। यदि किसी क्षण संधारित पर आवेश लगता है, तब वह परिस्थित ज्ञात कीजिए कि वोल्टता V_C , जो संधारित्र पर आरोपित होती है, अंत में दोलनी होती है। दोलन के क्षय को ध्यान में रखते हुए परिपथ के गुणता कारक Q के लिए एक व्यंजक व्युत्पत्र कीजिए, इस परिणाम का प्रयोग करते हुए कि आयाम एक गुणक e तक $(\frac{Q}{\pi})$ अवधि में गिर जाता है।

20

- (ख) एक प्रतिरोधक $R (= 6 \cdot 2 \cdot M\Omega)$ तथा एक संधारित्र $C (= 2 \cdot 4 \mu F)$ श्रेणीक्रम में जुड़े हैं तथा 12 V की बैटरी, जिसका आंतरिक प्रतिरोध नगण्य है, इस संयोजन के सिरों पर जोड़ी जाती है।
 - (i) इस परिपथ का संधारित्र कालांक क्या है?
 - (ii) बैटरी जोड़ने के कितने समय पश्चात् संधारित्र के सिरों पर विभवातर 5.6 V होता है? 5+5=10
- (ग) यदि एक विद्युत् क्षेत्र \vec{E} , जो असरिखीय है, में एक विद्युत् द्विध्रुव जिसका आधूर्ण \vec{p} है रखा गया है, तब इसके द्वारा अनुभव किया गया बलाधूर्ण ज्ञात कीजिए। यह भी दर्शाइए कि दो द्विध्रुवों, जिनके आधूर्ण \vec{p}_1 तथा \vec{p}_2 है एवं जो विस्थापन \vec{r} द्वारा विलिगत हैं, की अन्योन्यक्रिया ऊर्जा है

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^3} [\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 - 3(\vec{p}_1 \cdot \hat{r})(\vec{p}_2 \cdot \hat{r})]$$

यह मानते हुए कि क्षेत्र का व्यंजक एक द्विध्रुव के कारण है।

(d) The electric potential of a grounded conducting sphere of radius α in a uniform electric field is given as

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos \theta \right]$$

Find the surface charge distribution. 10

- 7. (a) Consider a plane wave travelling along the positive y-direction incident upon a glass of refractive index n = 1.6. Find the transmission coefficient.
 - (b) Justify which of the four Maxwell's equations imply that there are no magnetic monopoles. How these equations would have been written if they were?
 - (c) In deriving the Rayleigh-Jeans law, we count the number of modes dn corresponding to a wave number k for a photon gas in a cubical box. Consider a cubical container of volume V containing such gas in equilibrium. Calculate the differential number of allowable normal modes of frequency ω. 20

(घ) एकसमान विद्युत् क्षेत्र में एक भूसंपर्कित चालक गोले का, जिसका अर्धव्यास a है, विद्युत् विभव है

$$\phi(r, \theta) = -E_0 r \left[1 - \left(\frac{a}{r} \right)^3 \cos \theta \right]$$

इसका पृष्ठ आवेश बंटन ज्ञात कीजिए।

- 7. (क) एक काँच पर, जिसका अपवर्तनांक n = 1.6 है, एक समतल तरंग धनात्मक y-दिशा में आपतन करती है। इसका पारगमन गुणांक ज्ञात कीजिए। \sim 25
 - (ख) औचित्य बताइए कि चार मैक्सवेल समीकरणों में से कौन-सी दर्शाती है कि कोई चुम्बकीय एकध्रुव नहीं हैं। यदि ये होते, तो समीकरणों को किस स्वरूप में लिखा गया होता?
 - (ग) रेले-जीन्स नियम को व्युत्पन्न करते समय एक घनात्मक बक्से में हम फोटोन गैस के तरंग संख्या k के तदनुरूप मोड संख्या dn की गणना करते हैं। एक घनात्मक भांड की कल्पना कीजिए, जिसका आयतन V है तथा जिसमें ऐसी गैस साम्यावस्था में है। अनुमेय नॉर्मल मोड, जिसकी आवृत्ति ω है, का विभेदी अंक ज्ञात कीजिए।



- 8. (a) What led van der Waals to modify the ideal gas equation? Using the concepts of critical temperature T_c , pressure P_c and volume V_c , show that the critical constant for a real gas is 8/3. 5+15=20
 - (b) Find out the expressions for van der Waals constants a and b. 20
 - (c) Calculate the values of van der Waals constants a and b for oxygen with $T_c = 154 \cdot 2$ K, $P_c = 49 \cdot 7$ atmosphere and R = 80 cm³ atmosphere/K.

8. (क्) किस कारण वान्डरवाल्स को आदर्श गैस समीकरण का संशोधन करना पड़ा? क्रान्तिक ताप T_c , दाब P_c तथा आयतन V_c के संकल्पनाओं का उपयोग करते हुए दिखाइए कि वास्तविक गैस का क्रांतिक स्थिरांक 8/3 है।

5+15=20

- (ख) वान्डरवाल्स के स्थिरांक a तथा b के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। 20
- .(ग) ऑक्सीजन के लिए, जिसका $T_c=154\cdot 2~\mathrm{K},$ $P_c = 49 \cdot 7$ ऐटमास्फियर तथा $R = 80 \text{ cm}^3$ ऐटमास्फियर/K है, वान्डरवाल्स स्थिरांकों a तथा b के मान ज्ञात कीजिए। 20



SJ-900