Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

F-DTN-M-TUBA

STATISTICS

Paper I

Time Allowed : Three Hours | *Maximum Marks : 300*

INSTRUCTIONS

Each question is printed both in Hindi and in English.

Answers must be written in the medium specified in the Admission Certificate issued to you, which must be stated clearly on the cover of the answer-book in the space provided for the purpose. No marks will be given for the answers written in a medium other than that specified in the Admission Certificate.

*Candidates should attempt Question Nos. **1** and **5** which are compulsory and any **three** of the remaining questions selecting at least **one** question from each Section.*

The number of marks carried by each question is indicated at the end of the question.

Assume suitable data if considered necessary and indicate the same clearly.

Notations and symbols used are as usual.

Important : Whenever a Question is being attempted, all its parts/sub-parts must be attempted contiguously. This means that before moving on to the next Question to be attempted, candidates must finish attempting all parts/sub-parts of the previous Question attempted. This is to be strictly followed.

Pages left blank in the answer-book are to be clearly struck out in ink. Any answers that follow pages left blank may not be given credit.

ध्यान दें : अनुदेशों का हिन्दी रूपान्तर इस प्रश्न-पत्र के पिछले पृष्ठ पर छपा है।

Download FREE UPSC E-BOOKS
FREE!
CLICK HE

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

Section 'A'

1. (a) A tyre manufacturing company has three production units A, B and C which produce respectively 50%, 30% and 20% of the entire production. Unit A is known to produce 5% defectives, unit B produces 3% defectives and unit C produces 1% defectives. What percentage of items in the entire produce is defective ? If an item is found to be defective, what is the probability that it was produced at unit C ? 12

(b) A bivariate random vector (X, Y) is specified by

$$P(X > x,\ Y > y) = e^{-(x+y+\theta xy)};\ x,\ y > 0,$$
$$0 \leq \theta \leq 1.$$

Obtain (i) the p.d.f. (ii) the marginal p.d.f's and (iii) the conditional p.d.f's. When will X and Y be independent ? 12

(c) Examine whether the central limit theorem holds for the sequence $\{X_n,\ n \geq 1\}$ of random variables with

$$P(X_n = n) = P(X_n = -n) = \frac{1}{2n^3}$$

$$P(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n^3},\ n \geq 1.$$ 12

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HE

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

खंड 'क'

1. (क) एक टायर बनाने वाली कम्पनी में A, B और C तीन उत्पादन इकाइयां हैं जो कुल उत्पादन का क्रमशः 50%, 30% और 20% उत्पादन करती हैं। इकाई A 5% सदोष उत्पादन करने के लिए जानी जाती है, इकाई B 3% सदोष उत्पादन करती है और इकाई C 1% सदोष उत्पादन करती है। कुल उत्पादन में सदोष उत्पादन की क्या प्रतिशतता है ? यदि एक टायर सदोष पाया जाता है, इसके इकाई C पर उत्पादन की प्रायिकता क्या है ? 12

(ख) एक द्विचर यादृच्छिक सदिश (X, Y)

$$P(X > x, Y > y) = e^{-(x+y+\theta xy)}; \; x, y > 0, \quad 0 \leq \theta \leq 1$$

से विनिर्दिष्ट किया गया है।

प्राप्त कीजिए (i) प्रायिकता घनत्व फलन (ii) उपांत घनत्व फलनों और (iii) सप्रतिबंध घनत्व फलनों को। X और Y स्वतंत्र कब होंगे ? 12

(ग) जांच कीजिए कि क्या केंद्रीय सीमा प्रमेय पालन करती है यादृच्छिक चरों के अनुक्रम $\{X_n, n \geq 1\}$

$$P(X_n = n) = P(X_n = -n) = \frac{1}{2n^3}$$

$$P(X_n = 0) = 1 - \frac{1}{n^3}, \; n \geq 1 \text{ के लिए।}$$ 12

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HE

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(d) Assume that X follow the Binomial, $B(n, \theta)$, and that the prior distribution of θ is the Uniform, $U(0, 1)$. Find the Bayes' estimator for θ using the squared error loss function. 12

(e) $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ is a random sample from the normal distribution with 0 mean and variance σ^2. Examine the validity of the following statements :

(i) $\sum_{1}^{n} X_i^2$ is consistent for σ^2.

(ii) $T = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} X_i^2$ is unbiased for σ^2.

(iii) T is sufficient for σ^2.

(iv) T is the UMVUE for σ^2. 3×4=12

2. (a) Define exponential family of distributions. Identify two distributions each which (i) belongs to the family and (ii) does not belong to the family. Substantiate your answer. 20

(b) For a continuous non-negative random variable X with $E(X) < \infty$, show that for $t > 0$.

$$E(X - t \mid X > t) = \frac{1}{\overline{F}(t)} \int_{t}^{\infty} \overline{F}(x)\,dx,$$

where $\overline{F}(x) = P(X > x)$. Evaluate the conditional expectation for the exponential model specified by

$\overline{F}(x) = e^{-x/\lambda}$; $x > 0$. 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HE

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(घ) कल्पना कीजिए कि X द्विपद बंटन, $B(n, \theta)$ की भांति बंटित है, और कि θ का पूर्व बंटन एकसमान, $U(0, 1)$ है। वर्गित त्रुटि हानि फलन का उपयोग करके θ के लिए बेज आकलक ज्ञात कीजिए। 12

(ङ) $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ शून्य माध्य और प्रसरण σ^2 वाले प्रसामान्य बंटन से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। निम्न कथनों की वैधता की जांच कीजिए :

(i) σ^2 के लिए $\sum_1^n X_i^2$ संगत है।

(ii) σ^2 के लिए $T = \frac{1}{n}\sum_1^n X_i^2$ अनभिनत है।

(iii) σ^2 के लिए T पर्याप्त है।

(iv) σ^2 के लिए T एकसमानतः न्यूनतम प्रसरण अनभिनत आकलक है। 3×4=12

2. (क) बंटनों के चरघातांकी संवर्ग को परिभाषित कीजिए। प्रत्येक के लिए दो बंटनों की पहचान कीजिए जो (i) इस संवर्ग के सदस्य हैं (ii) इस संवर्ग के सदस्य नहीं हैं। अपने उत्तर की पुष्टि कीजिए। 20

(ख) $E(X) < \infty$ वाले एक संतत ऋणेतर चर X के लिए दर्शाइए कि $t > 0$ के लिए

$$E(X - t \mid X > t) = \frac{1}{\overline{F}(t)} \int_t^\infty \overline{F}(x)\,dx,$$

जहां $\overline{F}(x) = P(X > x)$.

$\overline{F}(x) = e^{-x/\lambda}$: $x > 0$ से विनिर्दिष्ट चर घातांकी निदर्श के लिए सप्रतिबंध प्रत्याशा निकालिए। 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(c) Show that for a sequence of random variables $\{X_n\}$, convergence in probability implies convergence in distribution. Is the converse true ? Substantiate your answer. 20

3. (a) Based on a random sample of size n from the discrete Uniform distribution

$$p(x) = \frac{1}{N}, \; x = 1, 2, 3 \ldots\ldots n$$
$$= 0 \;, \text{ otherwise,}$$

obtain the UMVUE of N. Is this estimator consistent ? 20

(b) When will the Neyman-Pearson test and likelihood ratio test be the same ? Obtain the likelihood ratio test for testing $H_0 : p = p_0$ against $H_1 : p \neq p_0$ based on a random sample from the binomial, $b(1, p)$. 20

(c) A random sample of size n is taken from the Poisson (λ) distribution. Let N be the number of observations which are equal to 0. Obtain an unbiased estimator for $e^{-\lambda}$ and improve the estimator using Rao-Blackwell theorem. 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HE

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(ग) दर्शाइए कि यादृच्छिक चरों $\{X_n\}$ के एक अनुक्रम के लिए प्रायिकता में अभिसरण में बंटन में अभिसरण भी समाविष्ट होता है। क्या विलोम सत्य है ? अपने उत्तर को सिद्ध कीजिए। 20

3. (क) असंतत एकसमान बंटन

$$p(x) = \frac{1}{N}, \; x = 1, 2, 3 \ldots\ldots n$$
$$= 0 \text{ , अन्यथा,}$$

से आमाप n के एक यादृच्छिक प्रतिदर्श पर आधारित N का UMVUE प्राप्त कीजिए। क्या यह आकलक संगत है ? 20

(ख) नेमेन-पियर्सन परीक्षण और संभाविता अनुपात परीक्षण कब समान होंगे ? द्विपद $b(1, p)$ से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श पर आधारित $H_0 : p = p_0$ का परीक्षण $H_1 : p \neq p_0$ के विरुद्ध करने के लिए संभाविता अनुपात परीक्षण प्राप्त कीजिए। 20

(ग) प्वासों बंटन (λ) से आमाप n का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया गया है। मान लीजिए कि N उन परीक्षणों की संख्या है जो शून्य के बराबर हैं। $e^{-\lambda}$ का एक अनभिनत आकलक प्राप्त कीजिए और राव-ब्लेकवैल प्रमेय का उपयोग करके इस आकलक को सुधारिए। 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

4. (a) Comment on the validity of the statement "the S.P.R.T. terminates with probability one". For the geometric distribution with parameter p, derive the S.P.R.T. for testing $H_0 : p = p_0$ against $H_1 : p = p_1$. Also obtain the O.C. function. 20

(b) Compare the Chi-square test and Kolmogrov-Smirnov test as tests for goodness of fit. Show that the Kolmogrov-Smirnov one sample test is distribution free. Also state the large sample distribution of the Kolmogrov-Smirnov test statistic. 20

(c) Describe the relationship between confidence interval estimation and testing of hypothesis. Let $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$ be a random sample from $N(\mu, \sigma^2)$, μ known. Obtain a confidence interval for σ^2. 20

Section 'B'

5. (a) X follow $N_3(0, \Sigma)$ where $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho & 0 \\ \rho & 1 & \rho \\ 0 & \rho & 1 \end{bmatrix}$.

Find ρ such that $(X_1 + X_2 + X_3)$ and $(X_1 - X_2 - X_3)$ are independent. 12

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

4. (क) "अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण प्रायिकता एक के साथ समाप्त होता है" कथन की वैधता पर टिप्पणी कीजिए। प्राचल p वाले गुणोत्तर बंटन के लिए $H_0 : p = p_0$ का परीक्षण $H_1 : p = p_1$ के विरुद्ध करने के लिए अनुक्रमिक प्रायिकता अनुपात परीक्षण व्युत्पन्न कीजिए। संकारक अभिलक्षण फलन भी प्राप्त कीजिए। 20

(ख) काई वर्ग परीक्षण और कोलमोगोरोव-स्मिरनॉव परीक्षण की आसंजन-सुष्ठता के लिए परीक्षणों के रूप में तुलना कीजिए। दर्शाइए कि कोलमोगोरोव-स्मिरनॉव एक प्रतिदर्श परीक्षण बंटन-निरपेक्ष है। कोलमोगोरोव-स्मिरनाव परीक्षण प्रतिदर्शज के बृहत् प्रतिदर्श बंटन का भी कथन कीजिए। 20

(ग) विश्वास्यता अंतराल आकलन और परिकल्पना-परीक्षण के बीच संबंध का वर्णन कीजिए। माना कि $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n \quad N(\mu, \sigma^2)$, μ ज्ञात से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। σ^2 के लिए एक विश्वास्यता-अंतराल प्राप्त कीजिए। 20

खंड 'ख'

5. (क) $X\ N_3(0, \Sigma)$ की भांति बंटित है जहां $\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho & 0 \\ \rho & 1 & \rho \\ 0 & \rho & 1 \end{bmatrix}$

ρ ज्ञात कीजिए जिससे कि $(X_1 + X_2 + X_3)$ और $(X_1 - X_2 - X_3)$ स्वतंत्र हों। 12

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(b) Y_1, Y_2, Y_3 and Y_4 are independent stochastic variables with common variance σ^2 and

$E(Y_1) = E(Y_2) = \mu + \alpha_1$ and

$E(Y_3) = E(Y_4) = \mu + \alpha_2$

(i) Examine whether α_1 is estimable.

(ii) Find the best unbiased estimator of $(\alpha_1 - \alpha_2)$.

(iii) Obtain the variance of the best unbiased estimator of $(\alpha_1 - \alpha_2)$. 12

(c) If r_{12}, r_{13} and r_{23} are the simple correlation coefficients between X_1 and X_2; X_1 and X_3; X_2 and X_3 respectively then show that

$$r_{12\cdot 3} = \frac{r_{12} - r_{13}\, r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^2\right)\left(1 - r_{23}^2\right)}}.$$

Also examine the validity of the statement "the range of the partial regression coefficient is $-\infty$ to $+\infty$." 12

(d) Distinguish between simple random sampling with and without replacement. Write down the expression for the number of samples and the probability that a specified individual is included in the sample under both the sampling schemes SRSWR and SRSWOR. 12

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(ख) Y_1, Y_2, Y_3 और Y_4 सार्व उपादान प्रसरण σ^2 वाले स्वतंत्र प्रसंभाव्य चर हैं और

$E(Y_1) = E(Y_2) = \mu + \alpha_1$ तथा

$E(Y_3) = E(Y_4) = \mu + \alpha_2$

(i) जांच कीजिए कि क्या α_1 आकलनीय है

(ii) $(\alpha_1 - \alpha_2)$ का श्रेष्ठतम अनभिनत आकलक ज्ञात कीजिए।

(iii) $(\alpha_1 - \alpha_2)$ के श्रेष्ठतम अनभिनत आकलक का प्रसरण प्राप्त कीजिए। 12

(ग) यदि r_{12}, r_{13} और r_{23} क्रमशः X_1 और X_2; X_1 और X_3; X_2 और X_3 के बीच सरल सहसंबंध गुणांक हैं तो दर्शाइए कि

$$r_{12\cdot 3} = \frac{r_{12} - r_{13}\, r_{23}}{\sqrt{\left(1 - r_{13}^2\right)\left(1 - r_{23}^2\right)}}$$

कथन "आंशिक समाश्रयण गुणांक का परिसर $-\infty$ से $+\infty$ तक है" की वैधता की भी जांच कीजिए। 12

(घ) प्रतिस्थापनसहित (SRSWR) तथा प्रतिस्थापनरहित (SRSWOR) सरल यादृच्छिक प्रतिचयनों में अन्तर्भेद कीजिए। दोनों ही प्रतिचयन योजनाओं SRSWR और SRSWOR के अन्तर्गत प्रतिदर्शों की संख्या और किसी विनिर्दिष्ट व्यक्ति के प्रतिदर्श में सम्मिलित होने की प्रायिकता के लिए व्यंजकों को लिखिए। 12

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(e) Derive the normal equations for estimating the parameters of a linear regression model by the method of least squares. 12

6. (a) Suppose that $\underset{\sim}{X}$ follow the p variate normal distribution with co-variance matrix

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \dots & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \dots & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \dots & \rho\sigma^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

Obtain the expression for the multiple correlation coefficient $R_{1\cdot 23\dots p}$. 20

(b) Write down the model used for one way analysis of variance. The lifetimes (in hours) of samples taken from three different brands of batteries gave the following :

$n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6,\ \bar{x} = 40,\ \bar{y} = 55,$

$\bar{z} = 60,\ \sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = 400,\ \sum_{i=1}^{4}(y_i - \bar{y})^2 = 350$

and $\sum_{i=1}^{6}(z_i - \bar{z})^2 = 850.$

Test the hypothesis that there is no difference in lifetimes for the three brands. Also write down the ANOVA $(F_{2,\,12,\,\cdot 05} = 3\cdot 89)$. 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(ङ) न्यूनतम वर्ग-विधि से एकघात समाश्रयण निदर्श के प्राचलों का आकलन करने के लिए नार्मल समीकरणों को व्युत्पन्न कीजिए। 12

6. (क) माना कि $\underset{\sim}{X}$ p-चर प्रसामान्य बंटन की भांति बंटित है जिसका सहप्रसरण आव्यूह है

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \dots & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \rho\sigma^2 & \dots & \rho\sigma^2 \\ \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \sigma^2 & \dots & \rho\sigma^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \rho\sigma^2 & \dots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

बहुसंबंध गुणांक $R_{1\cdot 23\dots p}$ के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिए। 20

(ख) एकधा प्रसरण विश्लेषण के लिए उपयोग में लाए जाने वाले निदर्श को लिखिए। बेट्रियों की तीन भिन्न किस्मों से लिए गए जीवन काल (घण्टों में) के प्रतिदर्शों से प्राप्त हैं निम्न :

$n_1 = 5,\ n_2 = 4,\ n_3 = 6,\ \bar{x} = 40,\ \bar{y} = 55,$

$\bar{z} = 60,\ \sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 = 400,\ \sum_{i=1}^{4}(y_i - \bar{y})^2 = 350$

और $\sum_{i=1}^{6}(z_i - \bar{z})^2 = 850$

परिकल्पना कि तीनों किस्मों के जीवन कालों में कोई अन्तर नहीं है का परीक्षण कीजिए। ANOVA भी लिखिए $(F_{2,\,12,\,\cdot 05} = 3\cdot 89)$। 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(c) Suppose $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, X_3)^1$ has co-variance matrix

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Obtain the first two principal components of X. 20

7. (a) Let $N = 3$, $n = 2$ and the possible distinct samples are $s_1 = (1, 2)$, $s_2 = (1, 3)$ and $s_3 = (2, 3)$. If SRSWOR is adopted, write down $p(s_i)$ for $i = 1, 2, 3$. If

$$t = \begin{cases} y_{1/2} + y_{2/2} & \text{if } s_1 \text{ occurs} \\ y_{1/2} + 2y_{3/3} & \text{if } s_2 \text{ occurs} \\ y_{2/2} + y_{3/3} & \text{if } s_3 \text{ occurs,} \end{cases}$$

examine whether t is unbiased for the population mean. Also find the expression for $v(t)$, if unbiased. 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(ग) माना कि $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, X_3)^1$ का सहप्रसरण आव्यूह

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$ है।

X के प्रथम दो मुख्य घटक प्राप्त कीजिए। 20

7. (क) माना कि $N = 3$, $n = 2$ और संभव भिन्न प्रतिदर्श $s_1 = (1, 2)$, $s_2 = (1, 3)$ और $s_3 = (2, 3)$ हैं। यदि सरल यादृच्छिक प्रतिचयन प्रतिस्थापनरहित SRSWOR अपनाया गया है, तो $p(s_i)$, $i = 1, 2, 3$ लिखिए। यदि

$$t = \begin{cases} y_{1/2} + y_{2/2} & \text{यदि } s_1 \text{ घटित होता है} \\ y_{1/2} + 2y_{3/3} & \text{यदि } s_2 \text{ घटित होता है} \\ y_{2/2} + y_{3/3} & \text{यदि } s_3 \text{ घटित होता है,} \end{cases}$$

जांच कीजिए कि क्या t समष्टि माध्य के लिए अनभिनत है। यदि अनभिनत है, तो $v(t)$ के लिए व्यंजक भी ज्ञात कीजिए। 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(b) Bring out the relation between Hotelling's T^2 and Mahalanobis D^2. Explain how T^2 can be interpreted as an extension of the student's t statistic. Describe the utility of Fisher's discriminent function in classification problems. 20

(c) Discuss on the advantages of using a BIBD. For a BIBD with parameters (v, b, r, k, λ), show that

$\lambda(v-1) = r(k-1)$ and $b \geq v$.

Also examine whether a BIBD is possible with $v = b = 34$, $r = k = 12$ and $\lambda = 4$. 20

8. (a) What are inclusion probabilities ? Use this concept to define the Horvitz-Thomson estimator. If α_k and α_{kl} denote the first and second order inclusion probabilities under an arbitary ordered design of fixed size, show that

(i) $\sum_{1}^{N} \alpha_k = v$ and

(ii) $\sum \sum_{k \neq l}^{N} \alpha_{kl} = v(v-1)$

where $v = E(v(s))$ is the expected effective sample size. 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(ख) होटलिंग T^2 और महलानोबिस D^2 के बीच संबंध को स्पष्ट कीजिए। स्पष्ट कीजिए कि T^2 की स्टूडेंट t प्रतिदर्शज के विस्तार के रूप में कैसे व्याख्या की जा सकती है। वर्गीकरण समस्याओं में फिशर विविक्तकर फलन की उपयोगिता का वर्णन कीजिए। 20

(ग) एक संतुलित अपूर्ण खंडक अभिकल्पना (BIBD) के उपयोग करने के लाभों पर विवेचना कीजिए। प्राचलों (v, b, r, k, λ) के साथ एक BIBD के लिए दर्शाइए कि

$\lambda(v-1) = r(k-1)$ और $b \geq v$.

यह भी जांच कीजिए कि क्या $v = b = 34$, $r = k = 12$ और $\lambda = 4$ से एक BIBD संभव है। 20

8. (क) आविष्टि प्रायिकताएं क्या होती हैं ? हॉर्विट्ज थोमसन आकलक को परिभाषित करने के लिए इस संकल्पना का उपयोग कीजिए। निश्चित आमाप के एक स्वेच्छ क्रमिक अभिकल्पना के अन्तर्गत यदि α_k और α_{kl} प्रथम तथा द्वितीय क्रम की आविष्टि प्रायिकताओं को दर्शाती हैं, दर्शाइए कि

(i) $\sum_{1}^{N} \alpha_k = v$ और

(ii) $\sum \sum_{k \neq l}^{N} \alpha_{kl} = v(v-1)$

जहां $v = E(v(s))$ प्रत्याशित प्रभावी प्रतिदर्श आमाप है। 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

(b) If V_{ran}, V_{prop} and V_{opt} respectively denote the variance of the estimator of the population mean under SRSWOR, stratified sampling under proportional allocation and Neyman allocation, show that

$$V_{ran} > V_{prop} > V_{opt}$$ 20

(c) In a 3^3 factorial experiment, each replication is divided into 3 blocks of size 9 each and the effect ABC^2 is totally confounded. Explain the analysis of the experiment and set up the ANOVA table. 20

Download FREE UPSC E-BOOKS FREE! CLICK HER

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

Download FREE UPSC E-BOOKS
FREE!
CLICK HE

Study Notes for UPSC Exam - https://iasexamporta

F-DTN-M-TUBA

सांख्यिकी

प्रश्न-पत्र I

समय : तीन घण्टे | पूर्णांक : 300

अनुदेश

प्रत्येक प्रश्न हिन्दी और अंग्रेजी दोनों में छपा है।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख उत्तर-पुस्तक के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्रवेश-पत्र पर उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

*प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं। बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्तर दीजिए।*

प्रत्येक प्रश्न के लिए नियत अंक प्रश्न के अन्त में दिये गए हैं।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

प्रयुक्त संकेत और प्रतीक प्रचलित पद्धति के अनुसार हैं।

यह आवश्यक है कि जब भी किसी प्रश्न का उत्तर दे रहे हों, तब उस प्रश्न के सभी भागों/उप-भागों के उत्तर साथ-साथ दें। इसका अर्थ यह है कि अगले प्रश्न का उत्तर लिखने के लिए आगे बढ़ने से पूर्व पिछले प्रश्न के सभी भागों/उप-भागों के उत्तर समाप्त हो जांय। इस बात का कड़ाई से अनुसरण कीजिए।

उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़े हुए पृष्ठों को स्याही में स्पष्ट रूप से काट दें। खाली छुटे हुए प्रश्नों के बाद लिखे हुए उत्तरों के अंक न दिए जाएँ, ऐसा हो सकता है।

***Note** : English version of the Instructions is printed on the front cover of this question paper.*

Download FREE UPSC E-BOOKS
FREE!
CLICK HE